

RALLY MATEMATICO TRANSALPINO
PROGETTO ArAI
UN BINOMIO POSSIBILE

Elena Marangoni

Docente di scuola primaria IC LUGO1

Coordinatrice Sezione Romagna RMT

Coordinatrice del gruppo ArAI di Lugo, Faenza, Bagnacavallo, Conselice (RA)

Progetti a confronto

ARMT

(Associazione Rally Matematico Transalpino)

È *un'associazione culturale* il cui obiettivo è *promuovere la risoluzione di problemi* per migliorare l'apprendimento e l'insegnamento della matematica tramite un *confronto fra classi*. Il RMT nasce nel 1993.

Obiettivi espliciti: *fare matematica attraverso la risoluzione di problemi*, imparare a *parlare di matematica*, *argomentare*, *lavorare in gruppo*.

Obiettivi impliciti: incidere positivamente sull'immagine della matematica e sulla didattica della disciplina.

Progetto ArAl

Nasce nel 2001. Incorpora ricerche metodologico-didattiche e socio-psicologiche dell'80 e '90. Si colloca nella cornice dell'*early algebra*, area di ricerca che promuove *l'insegnamento dell'aritmetica in una prospettiva algebrica* sin dalla scuola primaria, se non dall'infanzia. Centrata sul *linguaggio*, stimola *l'argomentazione*.

Entrambi possiedono un archivio in progress di problemi

ARMT

La partecipazione della classe al RMT comporta per i loro insegnanti la condivisione di un **contratto** che li pone a lavorare in classe con una didattica rinnovata **che utilizzi il problema matematico atipico nella quotidianità**. La gara prevede tre tappe: due prove (febbraio e marzo) e una finale (maggio).

Progetto ArAI

La collaborazione con istituti o reti si sviluppa attraverso tre incontri di due giornate, con intervalli di circa due mesi. Al mattino l'esperto lavora nelle classi, al pomeriggio con i docenti. La collaborazione implica la condivisione di un **contratto** che prevede la stesura di **diari** (**Metodologia Trascrizioni Pluricommentate**).

Entrambi possiedono un archivio in progress di problemi

ARMT

Banca di problemi

Vi si accede dal sito internazionale dell'ARMT (<http://www.armtint.org/>)
Per ora ci sono più di **1200 schede di problemi** (con analisi, risultati, sviluppi didattici, ...) ed è in continuo aggiornamento.

Progetto ArAl

Competenze e problemi

È l'area del sito dedicata al Curricolo (pri → sec di 1°) per l'insegnamento dell'aritmetica e dell'algebra nella prospettiva dell'early algebra.
Per ora ci sono più di **600 situazioni problematiche** organizzate in formato Powerpoint.

Entrambi possiedono un archivio in progress di problemi

ARMT

I livelli scolari sono indicati con il termine 'categorie':

cat. 3, cat. 4, cat. 5

Terza, quarta, quinta di scuola primaria

cat. 6, cat.7, cat. 8

Classi di scuola secondaria di primo grado

cat. 9, cat. 10

Prima e seconda classe di scuola secondaria di secondo grado

Progetto ArAI

Ogni presentazione Powerpoint è concepita per la LIM. Comprende un numero variabile di situazioni problematiche, per ognuna delle quali si indicano la classe o le classi nelle quali sono state sperimentate e alle quali si ritengono quindi adatte (dalla prima primaria alla terza secondaria di primo grado).

L'analisi dei problemi

ARMT

Ogni problema è dotato di un' **analisi a priori** messa a disposizione degli insegnanti che comprende:

- ambito concettuale: le conoscenze in gioco relativamente al livello scolare degli alunni;
- analisi del compito: le possibili strategie risolutive;
- griglia di valutazione: relativamente ai risultati e ai ragionamenti esplicitati (punteggi da 0 a 4).
- I problemi sono costruiti secondo una **griglia precisa che ne vincola la struttura**, vengono inviati dalle sezioni e gruppi di lavoro al **Gruppo Binomi** e al **Gruppo di Pilotaggio** che ne rivede la struttura e rimandati alle sezioni per un ulteriore controllo che tiene conto delle osservazioni di tutti gli insegnanti coinvolti.

Progetto ArAI

Le situazioni problematiche nascono, si modificano, si ampliano attraverso la **costante collaborazione fra insegnanti e ricercatori**.

Le **competenze** alle quali si riferiscono sinora sono:

Linguaggio, Forma canonica e non canonica di un numero, Approccio a incognita e equazioni, Dalle successioni modulari alle leggi di corrispondenza.

I progetti in cifre

ARMT

L'esempio del 26° Rally.
Hanno aderito 21 sezioni, di cui 15 in Italia, con circa 4600 classi.
La sezione italiana più numerosa è stata quella di Siena, con più di 1000 classi.
Con la sezione di Parma hanno partecipato 735 classi, di queste 206 tra Bologna e Romagna: quasi 16.000 allievi e più di 400 insegnanti.

Progetto ArAI

Dal 2001 hanno collaborato istituti o reti di istituti di quasi tutte le regioni italiane.
Nel 2017/2018: Trieste-Muggia, Jesolo-Eraclea (VE), Sedico (BL), Mondovì, Nichelino (TO), Lugo-Faenza-Bagnacavallo-Conselice (RA), Modena, Castelnuovo (SP), Firenze, Colle val d'Elsa e Monteroni d'Arbia (SI): 360 docenti, 400 classi, 6500 allievi.

RMT-ArAI

Problemi RMT affrontati in una prospettiva ArAI

L'idea nasce circa tre anni fa dal gruppo di insegnanti della provincia di Ravenna (Lugo, Faenza, Bagnacavallo e Conselice) impegnati in entrambi i progetti

Progetto RMT-ArAI

Oro e pirati
Cat 3-4

Sei pirati nel Mar dei Sargassi
sopra una barca piena di sassi
stan navigando (dicono loro)
alla ricerca di un grande tesoro.

Vanno per mari, seguon correnti
finché un bel giorno gridan contenti
“È questa l’isola! Diamoci al bere!
Guardate tutti questo forziere!”

Fuor della sabbia lo tiran su
“Aprilo! Aprilo! Aprilo tu!”
quanti dobloni! “Contali, dai!”
Si senton ricchi come non mai.



Quattro pirati (non son settanta!)
con il nostromo ed il capitano
stanno spartendo dobloni cinquanta:
lo fanno in modo lapalissiano.

Ogni pirata prende gli stessi
mentre il nostromo prende di più
“Ben due dobloni più di quei fessi!”
pensa il nostromo (gran Belzebù).



Ma il capitano (quel gentiluomo...)
già se la ride, bell’arrogante,
“Quattro dobloni più del nostromo!
Sono o non sono il più importante?”



La soluzione dei Lughini


PIRATI DEL MARE DEI SARGASSI


4 PIRATI, IL NOSTROMO E IL CAPITANO VOGLIONO SPARTIRSI UN TESORO DI 50 MONETE. I PIRATI  RICEVONO LO STESSO NUMERO DI MONETE. IL NOSTROMO RICEVE 2 MONETE IN PIÙ DEI  IL CAPITANO RICEVE 4 MONETE IN PIÙ DEL NOSTROMO.



50 → MONETE

 →  + 2

 →  + 2 + 4





DALLE 50 MONETE TOGLIAMO LE 2 IN PIÙ DEL  E LE 4+2 IN PIÙ DEL 

$50 - (2 + 2 + 4) =$

$50 - 8 = 42$ (MON. DA DIVIDERE TRA TUTTI)

$42 \div 6 = 7$ (MONETE CHE RICEVONO OGNI UNO)

La vostra
soluzione è
strepitosa!

Abbiamo deciso di tradurre con Google il testo del problema dei pirati e lo abbiamo spedito a Brioshi per vedere come se la cavavano lui e i suoi compagni (sono anche loro alunni di 7 anni).

Ecco qui il testo che gli abbiamo inviato:

4海賊、甲板長と船長は50コインの宝を分割したいです。

各海賊は、コインの同じ番号を受信します。

甲板長は、海賊のコインよりも2以上を受け取ります。

船長は4つ以上の甲板長のコインを受け取ります。

Dopo qualche giorno abbiamo ricevuto dei materiali per voi da Brioshi!
Anzi: vi manda **un sacco** di cose!

La prima cosa che ha mandato è la loro soluzione. All'inizio assomiglia alla vostra, ma poi fanno qualcosa di diverso...

Guardate un po': cosa ne pensate?

La soluzione della classe di Brioshi (7 anni)

$$\text{Pirate Face} = \text{Bandana Face} + 2$$

$$\text{Pirate Face} = \text{Pirate Face} + 4 = \text{Bandana Face} + 2 + 4 = \text{Bandana Face} + 6$$

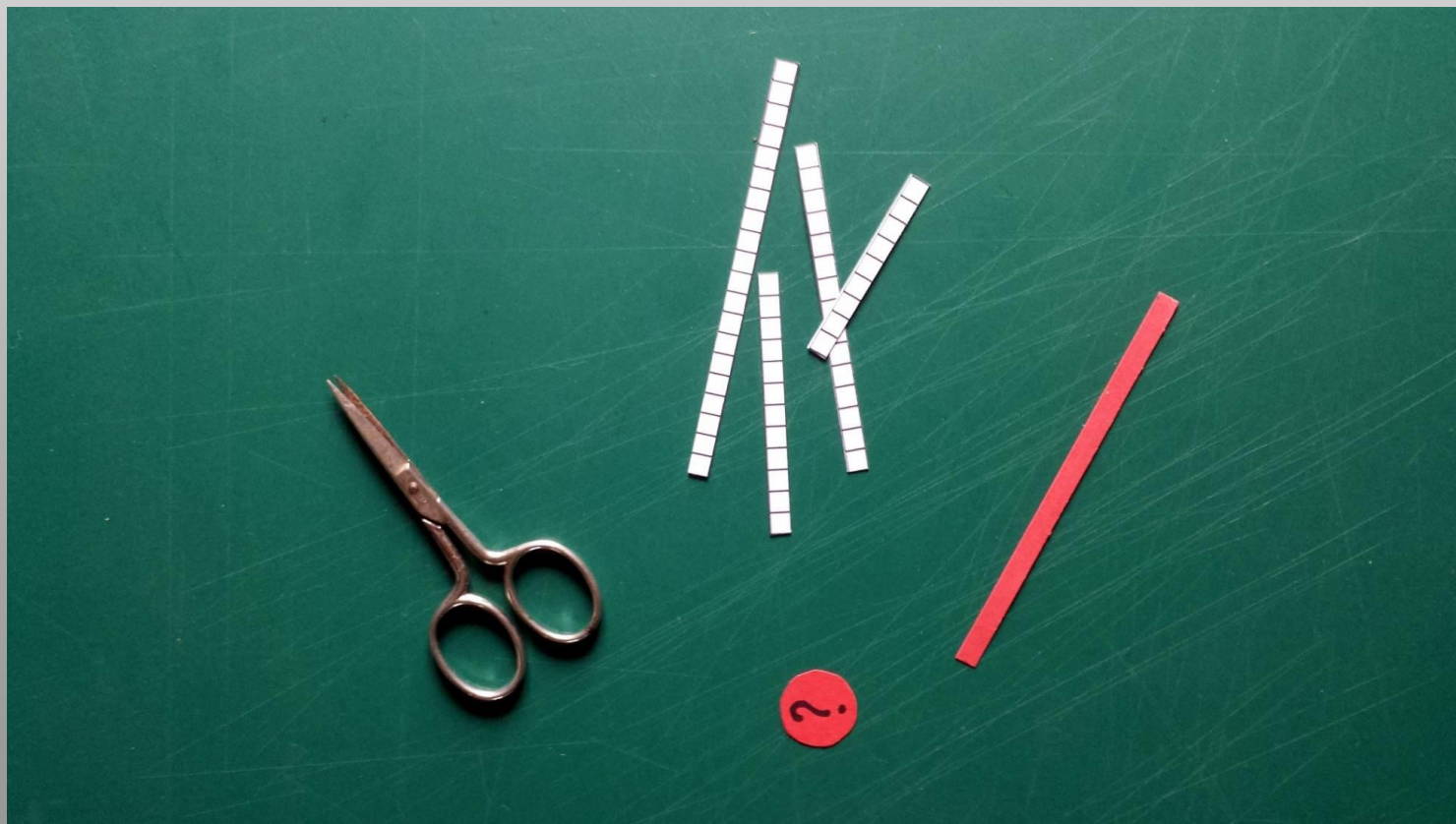
$$\text{Bandana Face} + \text{Bandana Face} + \text{Bandana Face} + \text{Bandana Face} + \text{Bandana Face} + \text{Pirate Face} - 2 + \text{Pirate Face} = 50$$

$$\text{Bandana Face} + \text{Bandana Face} + \text{Bandana Face} + \text{Bandana Face} + \text{Bandana Face} + \text{Bandana Face} + 2 + 6 = 50$$

$$\text{Bandana Face} \times 6 + 8 = 50$$

La risposta di Brioshi!

Poi ci ha mandato questa fotografia.
Credo che vogliano farvi capire come
lavoreranno ora.



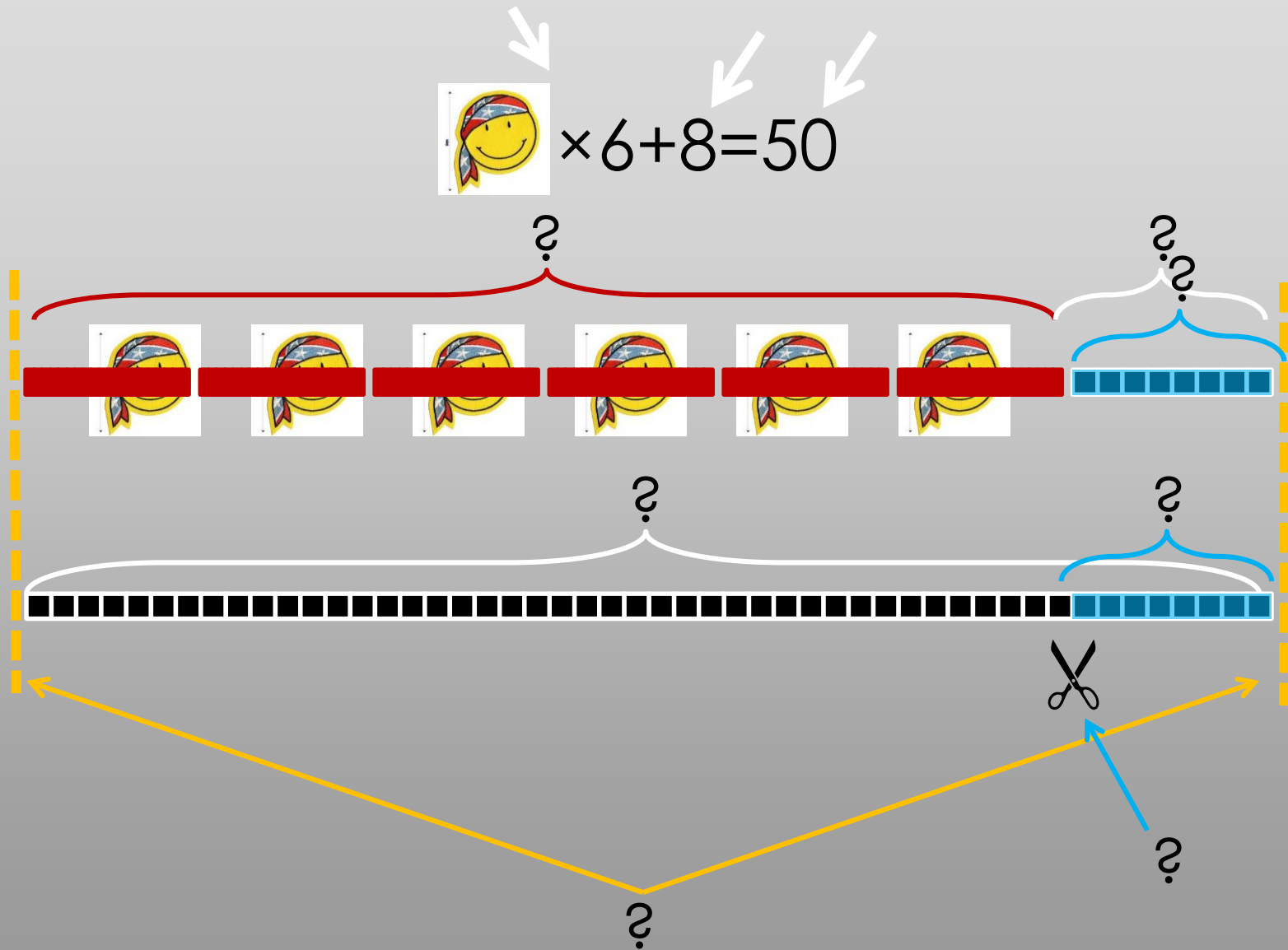
E infine... guardate cosa hanno inviato per voi: la spiegazione di come hanno continuato dopo aver scritto



$$\times 6 + 8 = 50$$

e lo hanno fatto addirittura con delle **animazioni!!!**

L'animazione inviata da Brioshi



Avete visto che bella animazione?
Ora la **sfida finale per voi**, e questa ve la lancio io!

Iniziando come Brioshi da questa frase:



$$\times 6 + 8 = 50$$

siete capaci di rappresentare per Brioshi in linguaggio matematico i passaggi dell'animazione?

Un'ultima sfida per i Lughini da parte di Giancarlo

Rappresentazione delle fasi dell'animazione:



$$\times 6 + 8 = 50$$



$$\times 6 + 8 = 42 + 8$$



$$\times 6 + \cancel{8} - \cancel{8} = 42 + \cancel{8} - \cancel{8}$$



$$\times 6 = 42$$



$$\times 6 : 6 = 42 : 6$$



$$= 7$$

Rappresentazione diversa del 'togliere numeri uguali' proposta in alcune classi, compresa la seconda di Bribano.

Al posto della seconda e della terza riga tagliano subito i due 8:



$$\times 6 + \cancel{8} = 42 + \cancel{8}$$

e poi continuano come gli altri.

Progetto RMT-ArAI

**Nel paese di Piovepoco
Cat 3 e Cat 4-5-6**

Nel paese di Piovepoco (Cat 3)

Nel paese Piovepoco manca l'acqua.

Due amiche, Laura e Paola, vanno a prendere l'acqua con un secchio alla fontana Acquachiara.

I loro due secchi insieme contengono 24 litri.

Il secchio di Laura può contenere il triplo dell'acqua di quello di Paola.

Quanti litri contiene il secchio di Paola?

Spiegate come avete trovato la soluzione.

Nel paese Piovepoco manca l'acqua.

Due amiche, Laura e Paola, vanno a prendere l'acqua con un secchio **ciascuna** alla fontana Acquachiara.

I loro due secchi insieme contengono 24 litri.

Il secchio di Laura può contenere il triplo dell'acqua di quello di Paola.

Rappresenta la situazione in modo che gli alunni di un'altra classe possano trovare quanti litri contiene il secchio di Paola.

Questioni locali e generali

- Quando una consegna chiede di ‘rappresentare’, si intende **rappresentare in linguaggio matematico**; naturalmente, prima, gli alunni possono ricorrere a qualsiasi altra rappresentazione come preparazione per quella per Brioshi. Sono importanti due concetti:
 - **Pseudo-equazioni, equazioni ibride**: alunni di 8–10 anni non ancora introdotti all’algebra risolvono problemi algebrici grazie alle suggestioni indotte da una preventiva rappresentazione spontanea o indotta dall’insegnante.
 - **Equazioni per gioco**: la rappresentazione *profuma di equazione*, la soluzione è naive.

Questioni locali e generali

Le **competenze** necessarie si riferiscono a questi costrutti:

- conoscere / usare **termini** somma, doppio, metà, ecc.
- **rappresentare** una situazione problematica;
- forma **canonica e non canonica** di un numero;
- rappresentare un **numero sconosciuto con un simbolo**;
- conoscere il significato **relazionale dell'uguale**;
- produzione / interpretazione di **parafrasi**;
- **traduzione** fra linguaggi;
- il gioco del **sostituire**.

Sono favorite da un impianto didattico costruito su:

- una **didattica per problemi** (anche in RMT);
- un'impostazione **socio-costruttiva**;
- una costante attenzione agli aspetti **linguistici**;
- manipolazione di oggetti, ecc (v. RMT)

Nel paese di Piovepoco (Cat 3)

Laura e Paola vanno a prendere l'acqua con un secchio alla fontana. I due secchi insieme contengono 24 litri. Il secchio di Laura può contenere il triplo dell'acqua di quello di Paola.

Rappresenta la situazione in modo che gli alunni di un'altra classe possano trovare quanti litri contiene il secchio di Paola.

Individuare relazioni

1) Il secchio di Laura è **più grande di quello di Paola.**

Rappresentare la situazione con un disegno.

Laura



Paola



Nel paese di Piovepoco (Cat 3)

Laura e Paola vanno a prendere l'acqua con un secchio alla fontana. I due secchi insieme contengono 24 litri. Il secchio di Laura può contenere il triplo dell'acqua di quello di Paola.

Rappresenta la situazione in modo che gli alunni di un'altra classe possano trovare quanti litri contiene il secchio di Paola.

Individuare relazioni
2) Il secchio di Laura è triplo di quello di Paola.

Esperienze concrete.

Rappresentare con un disegno.

Laura



Paola



Laura e Paola vanno a prendere l'acqua con un secchio alla fontana. I due secchi insieme contengono 24 litri. Il secchio di Laura può contenere il triplo dell'acqua di quello di Paola.

Rappresenta la situazione in modo che gli alunni di un'altra classe possano trovare quanti litri contiene il secchio di Paola.

Individuare relazioni

3) I due secchi insieme contengono 24 litri.

*Per rappresentare la situazione con una **pseudo equazione** conviene individuare una parafrasi che svolga il ruolo di **traghetto semantico** e sposti l'attenzione dai secchi-oggetti al loro **contenuto** in litri. Ad es:*

La somma fra il contenuto del secchio di Laura e quello del secchio di Paola è uguale a 24.



Traduzione letterale

Laura e Paola vanno a prendere l'acqua con un secchio alla fontana. I due secchi insieme contengono 24 litri. Il secchio di Laura può contenere il triplo dell'acqua di quello di Paola.

Rappresenta la situazione in modo che gli alunni di un'altra classe possano trovare quanti litri contiene il secchio di Paola.

Individuare relazioni

3) La somma fra il contenuto del secchio di L. e quello del secchio di P. è uguale a 24.

Pseudo equazione.



Nel paese di Piovepoco (Cat 3)

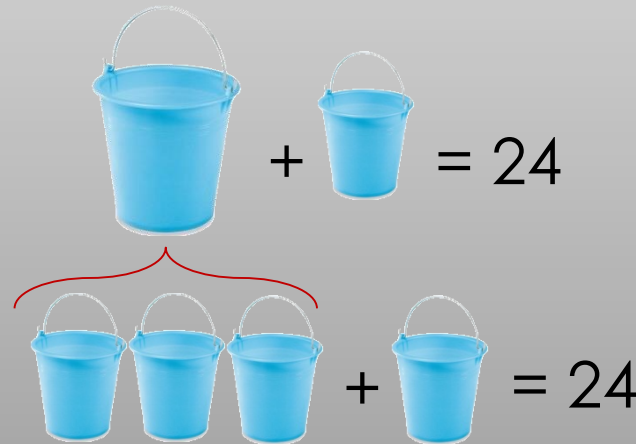
Laura e Paola vanno a prendere l'acqua con un secchio alla fontana. I due secchi insieme contengono 24 litri. Il secchio di Laura può contenere il triplo dell'acqua di quello di Paola.

Rappresenta la situazione in modo che gli alunni di un'altra classe possano trovare quanti litri contiene il secchio di Paola.

Individuare relazioni

4) Il secchio di Laura equivale a tre secchi di Paola.

Gioco della *sostituzione*.



Nel paese di Piovepoco (Cat 3)

Laura e Paola vanno a prendere l'acqua con un secchio ciascuna alla fontana.

I due secchi insieme contengono 24 litri.

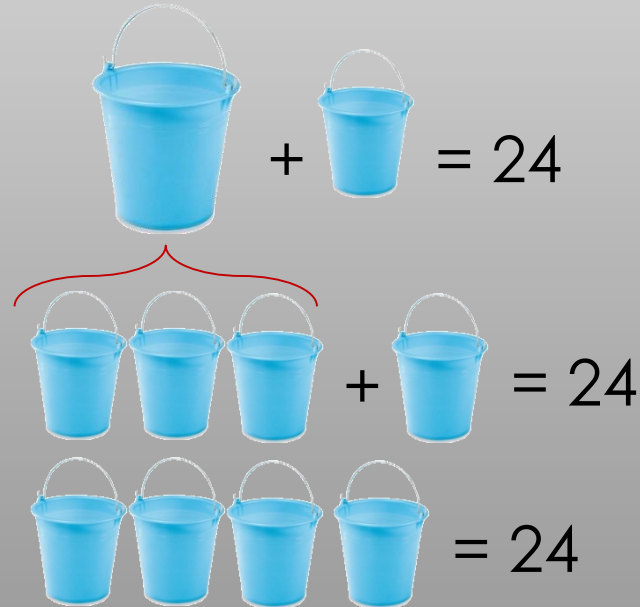
Il secchio di Laura può contenere il triplo dell'acqua di quello di Paola.

Rappresenta la situazione in modo che gli alunni di un'altra classe possano trovare quanti litri contiene il secchio di Paola.

Individuare relazioni

5) La somma 3+1 secchi equivale a 4 secchi.

Il passaggio diventa chiaro con l'uso del linguaggio simbolico.

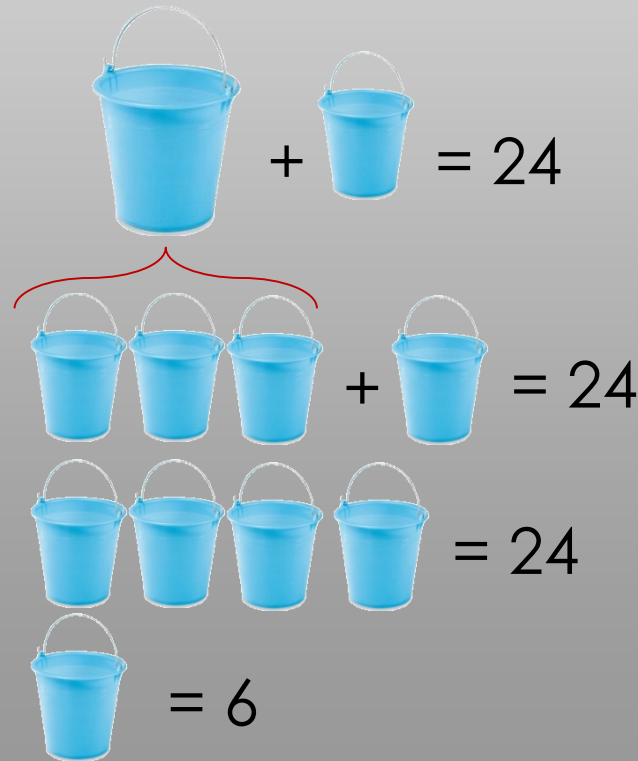


Nel paese di Piovepoco (Cat 3)

Laura e Paola vanno a prendere l'acqua con un secchio alla fontana. I due secchi insieme contengono 24 litri. Il secchio di Laura può contenere il triplo dell'acqua di quello di Paola.

Rappresenta la situazione in modo che gli alunni di un'altra classe possano trovare quanti litri contiene il secchio di Paola.

Individuare relazioni
6) Un secchio (di Paola) è un quarto di 24, contiene 6 litri d'acqua.



Nel paese di Piovepoco (Cat 3)

Laura e Paola vanno a prendere l'acqua con un secchio alla fontana. I due secchi insieme contengono 24 litri. Il secchio di Laura può contenere il triplo dell'acqua di quello di Paola.

Rappresenta la situazione in modo che gli alunni di un'altra classe possano trovare quanti litri contiene il secchio di Paola.

Rappresentare relazioni

Rappresentare la situazione non più con una pseudo equazione ma **in linguaggio matematico** per Brioshi.

Non si rappresentano più i secchi ma i loro **contenuti**. Siccome non si conoscono ancora si usano delle **lettere**.



L = **contenuto** del secchio di Laura
P = **contenuto** del secchio di Paola

Nel paese di Piovepoco (Cat 3)

Laura e Paola vanno a prendere l'acqua con un secchio alla fontana. I due secchi insieme contengono 24 litri. Il secchio di Laura può contenere il triplo dell'acqua di quello di Paola.

Rappresenta la situazione in modo che gli alunni di un'altra classe possano trovare quanti litri contiene il secchio di Paola.

Rappresentare relazioni

L = contenuto del secchio di Laura
P = contenuto del secchio di Paola



Esprimere la situazione in linguaggio naturale:

“Il contenuto del secchio di L. è triplo di quello del secchio di P”

Tradurre in linguaggio matematico:

$$L = P + P + P \quad \text{oppure} \quad L = P \times 3$$

Si parla di rappresentazione **additiva e moltiplicativa**.

Nel paese di Piovepoco (Cat 3)

Laura e Paola vanno a prendere l'acqua con un secchio alla fontana. I due secchi insieme contengono 24 litri. Il secchio di Laura può contenere il triplo dell'acqua di quello di Paola.

Rappresenta la situazione in modo che gli alunni di un'altra classe possano trovare quanti litri contiene il secchio di Paola.

Rappresentare relazioni

L = contenuto del secchio di Laura
P = contenuto del secchio di Paola



Esprimere la situazione in linguaggio naturale:

La somma fra il contenuto del secchio di Laura e quello del secchio di Paola è 24 litri.

Tradurre in linguaggio matematico:

$$L + P = 24$$

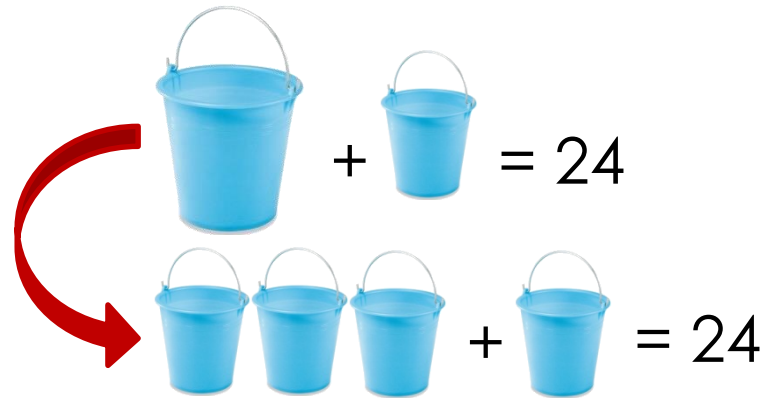
Nel paese di Piovepoco (Cat 3)

Laura e Paola vanno a prendere l'acqua con un secchio alla fontana. I due secchi insieme contengono 24 litri. Il secchio di Laura può contenere il triplo dell'acqua di quello di Paola.

Rappresenta la situazione in modo che gli alunni di un'altra classe possano trovare quanti litri contiene il secchio di Paola.

Rappresentare relazioni

L = contenuto del secchio di Laura
P = contenuto del secchio di Paola



Si sostituisce il contenuto del secchio di P. con la somma dei contenuti dei tre secchi di L. In **linguaggio matematico**:

$$P + P + P + P = 24$$

$$P \times 3 + P = 24$$

$$P \times 4 = 24$$

Nel paese di Piovepoco (Cat 3)

Laura e Paola vanno a prendere l'acqua con un secchio **ciascuna** alla fontana.

I due secchi insieme contengono 24 litri.

Il secchio di Laura può contenere il triplo dell'acqua di quello di Paola.

Rappresenta la situazione in modo che gli alunni di un'altra classe possano trovare quanti litri contiene il secchio di Paola.

Rappresentare relazioni

L = contenuto del secchio di Laura

P = contenuto del secchio di Paola



$$P \times 3 + P = 24 \quad P \times 4 = 24$$

Ricostruiamo i passaggi che rendono **trasparenti** i passaggi fra le due scritture:

$$P \times 3 + P = 24$$

$$P \times 3 + P \times 1 = 24$$

$$P \times (3 + 1) = 24$$

$$P \times 4 = 24$$

Laura e Paola vanno a prendere l'acqua con un secchio alla fontana. I due secchi insieme contengono 24 litri. Il secchio di Laura può contenere il triplo dell'acqua di quello di Paola.

Rappresenta la situazione in modo che gli alunni di un'altra classe possano trovare quanti litri contiene il secchio di Paola.

Rappresentare relazioni

L = contenuto del secchio di Laura

P = contenuto del secchio di Paola

Si divide per 4 il contenuto dei secchi (**bilancia**):

$$P \times 4 = 24$$

$$P \times 4 : 4 = 24 : 4$$

$$P = 6$$

Il secchio di P. contiene 6 litri.

$$L = P \times 3 = 6 \times 3 = 18$$

Il secchio di L. contiene 18 litri.